6 Hitchcock 型輸送問題

Hitchcock 型輸送問題は単体法以前から意識されていた古典的な問題．初期基底解を見いだす特有の手順と simplex 乗数の “イモづる式” 計算，および表の上で行なう “跳石伝いの” 基底更新により能率的に解くことが出来る．
「ネットワーク単体法」の最も基本的ケースである．

6.1 問題

関東一円に m ヶ所の工場 $F_1, F_2, \ldots, F_m$ をもつ清涼飲料メーカが，同じく関東一円に点在する n ヶ所の倉庫 $W_1, W_2, \ldots, W_n$ に一定量の製品を輸送するものとする．需給関係を満たし総費用を最小にする輸送計画を求む．

- F_i から W_j へ 1 単位（トラック 1 台分）の製品を輸送するときの費用　　c_{ij} 円／単位
- F_i での生産量　a_i 単位　　$(\sum_{i=1}^{m} a_i = A)$
- W_j での需要量　b_j 単位　　$(\sum_{j=1}^{n} b_j = B)$
- F_i から W_j への輸送量　x_{ij} 単位
- 一般性を失なうことなく $A = B$ と仮定する。

この問題は以下のような線型計画問題（Linear Programming）に定式化できる。

$$
\begin{cases}
\text{minimize} & \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} & \\
\text{sub. to} & \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i & (i = 1, 2, \ldots, m) \\
& \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j & (j = 1, 2, \ldots, n) \\
& x_{ij} \geq 0 & (i = 1, 2, \ldots, m, \quad j = 1, 2, \ldots, n)
\end{cases}
$$

独立な式の本数は？　　　　基底変数の個数は？

6.2 数値例

c_{ij}	倉 1	倉 2	倉 3	
工 1	1	3	4	120
工 2	2	6	8	150
	70	80	100	

$\Longrightarrow$

c_{ij}	倉 1	倉 2	倉 3	d 倉 4	
工 1	1	3	4	0	120
工 2	2	6	8	0	150
	70	80	100	20	

6.3 初期可能基底解

北西隅のルール

6.4 最適性判断

simplex 乗数 $\boldsymbol{u}$ を定め，相対コスト $\bar{c}_{ij}$ を計算する．
係数行列の性質より $\boldsymbol{u}$ は簡単に求まる．

6.5 基底変換

表上で，取り入れ変数以外の非基底変数を含まない（取り入れ変数と基底変数だけから成る）巡回路を見い出し，追い出し変数を決める．