2008年

1 つぎの線形計画問題(P)に関して下の問に答えなさい.

$$
(\mathrm{P})\left\{\begin{array}{lrcrcl}
\text{maximize} & z = 7x_1 & + & 8x_2 & & \\
\text{sub. to} & 3x_1 & + & 4x_2 & \le & 13 \\
 & 6x_1 & - & 5x_2 & = & 14 \\
 & & & x_1 & \ge & 0
\end{array}\right.
$$

(1) (P)と等価な正準形の線形計画問題を示しなさい.

(2) (P)の双対問題を, 変数の個数と制約式の本数ができるだけ少なくてすむ(正準形でも標準形でもない)形で示しなさい.

(3) (P)と等価な標準形の線形計画問題(Q)を示しなさい.

(4) それを解くことにより, (Q)の実行可能解が存在するか否かを調べることができる線形計画問題(R)を示しなさい. また, どのように判断するか答えなさい.

2

(1) 「基底解が退化している」とはどういうことか簡単に説明しなさい.

(2) 「シャドウプライス (shadow price)」とは何か. またどのような役に立つか答えなさい.

(3) 「線形計画問題が非有界である」とは何を意味するか. また, そのことをどのようにして検知できるか答えなさい.

3 つぎの線形計画問題について下の問に答えなさい.

$$
\left\{\begin{array}{lrcrcrcrcl}
\max & z = 4x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & + & 5x_4 & & \\
\text{s.t.} & 2x_1 & + & 3x_2 & - & 4x_3 & + & 5x_4 & = & 2 \\
 & 6x_1 & + & 7x_2 & - & 8x_3 & + & 9x_4 & = & 8 \\
 & & & & & & & x_1,x_2,x_3,x_4 & \ge & 0
\end{array}\right.
$$

(1) x_1 と x_3 を基底変数とする基底解を求めなさい.

(2) (1)の基底解に対するsimplex乗数を求めなさい.

(3) (1)の基底解が最適解か否か判定しなさい.

(4) 双対問題を示しなさい.

4 2つの工場から4つの倉庫へ(同一)製品の輸送を行なう必要がある. 各工場の供給可能量(トン), 各倉庫の必要量(トン)および各工場から各倉庫への輸送コスト(万円/トン)がつぎの表で与えられたとする.

倉庫 / 工場	倉庫1 (60)	倉庫2 (70)	倉庫3 (80)	倉庫4 (40)
工場I (120)	2	4	1	3
工場II (130)	1	3	4	2

(1) 必要ならダミーの倉庫を補って, 等式標準形のLPに定式化しなさい. (工場 i から倉庫 j への輸送量を x_{ij} とする)

(2) 初期可能基底解を“北西隅のルール”で求めなさい. また, 基底変数を列挙しなさい.

(3) (2)の基底解に対応するシンプレックス乗数 $u_1, u_2;\ v_1, v_2, \ldots$ を計算しなさい($u_1 = 0$ とする).

(4) (2)の基底解について被約費用(相対コスト係数)を計算し, 最大係数則によって(目的関数値が減小するよう)基底を更新し(1回だけで良い), 変換後の基底解を示しなさい.

5 ある金属精錬業者が, 貴金属AとBを含有する鉱石100キログラムを入手した. 簡便な精錬法でA,B混合状態の材料を作ると, 鉱石1キログラムあたり1万円の費用がかかり, (1キログラムから作った材料)あたり5万円で売れる. また, 複雑な精錬法でA,Bを分離した材料を作ると, 鉱石1キログラムあたり5万円の費用がかかり, (1キログラムから作った材料)あたり12万円で売れる. 手許の資金で投下できるのは400万円までである. この精錬業者が利益(純益)を最大化する問題について以下の問に答えなさい.

(1) 線形計画問題(正準形)として定式化しなさい.

(2) 最適解とshadow priceを求めなさい.

(3) 短期借り入れによって複雑精錬を増やす場合, 1万円の借り入れに対しいくらの利子までであれば借り入れたほうが得か.